



**JOURNAL OF  
SCIENCE AND INNOVATIVE RESEARCH STUDIES  
VOLUME-1, ISSUE-5, 2026**

**The Formation and Historical Development of Differential Geometry as a Science**

**Saliyeva Sevara Ma'mirbek qizi**

Lecturer, Department of Mathematics and Informatics Andijan State Pedagogical

Institute E-mail: [saliyevasevara18@gmail.com](mailto:saliyevasevara18@gmail.com)

**Abdujabborova Mubina Bobirmirzo qizi**

2nd-year Student, Mathematics Program Faculty of Exact and Natural Sciences

Andijan State Pedagogical Institute E-mail: [mubinaabdujabborova2503@gmail.com](mailto:mubinaabdujabborova2503@gmail.com)

**Abstract.** This paper presents a systematic account of the historical formation and development of differential geometry as a scientific discipline. The narrative spans from ancient Greek geometry through Descartes' coordinate system, Newton and Leibniz's differential calculus, Euler and Gauss's surface theory, Riemann's revolutionary generalization, and the tensor methods of Levi-Civita and Cartan. The interplay between twentieth-century global differential geometry and theoretical physics is also examined. The paper is intended as a supplementary reference for courses in the history of mathematics and differential geometry.

**Keywords:** differential geometry, Gaussian curvature, Riemannian manifold, history of geometry, Cartan structure, general relativity.

**DIFFERENSIAL GEOMETRIYANING FAN SIFATIDA SHAKLLANISHI VA  
RIVOJLANISH TARIXI**

**Saliyeva Sevara Ma'mirbek qizi** Andijon davlat pedagogika institute “Matematika va Informatika” kafedrası o'qituvchisi *E-mail: [saliyevasevara18@gmail.com](mailto:saliyevasevara18@gmail.com)*

**Abdujabborova Mubina Bobirmirzo qizi** Andijon davlat pedagogika instituti “Aniq va tabiiy” fanlar fakulteti Matematika yo`nalishi 2-kurs talabasi  
[mubinaabdujabborova2503@gmail.com](mailto:mubinaabdujabborova2503@gmail.com)

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada differensial geometriyaning fan sifatida shakllanishi va rivojlanish tarixi sistemli ravishda o'rganilgan. Antik davrdan boshlab zamonaviy geometriyagacha bo'lgan yo'l — Evklid geometriyasi, Dekart koordinata tizimi, Nyuton





**JOURNAL OF  
SCIENCE AND INNOVATIVE RESEARCH STUDIES  
VOLUME-1, ISSUE-5, 2026**

va Leybnitsning differensial hisobi, Eyler va Gaussning yuzalar nazariyasi, Riman geometriyasi, Levi-Chivita va Kartan metodlari — xronologik va tahliliy nuqtai nazardan yoritilgan. Shuningdek, XX asrdagi global differensial geometriya va fizika bilan bog'liq rivojlanish jarayonlari tahlil qilingan. Maqola matematika tarixi va differensial geometriya kurslarida qo'shimcha manba sifatida foydalanish uchun mo'ljallangan.

**Kalit so'zlar:** differensial geometriya, Gauss egriligi, Riman manifoldi, klassik geometriya tarixi, Kartan strukturasi, umumiy nisbiylik.

**Аннотация.** В данной статье систематически изложена история становления дифференциальной геометрии как науки. Рассматривается путь от античной геометрии до современных направлений: евклидова геометрия, система координат Декарта, дифференциальное исчисление Ньютона и Лейбница, теория поверхностей Эйлера и Гаусса, геометрия Римана, методы Леви-Чивиты и Картана. Анализируется взаимосвязь глобальной дифференциальной геометрии XX века с физическими теориями. Статья предназначена как дополнительный источник для курсов истории математики и дифференциальной геометрии.

**Ключевые слова:** дифференциальная геометрия, кривизна Гаусса, риманово многообразии, история геометрии, структура Картана, общая теория относительности.

**Differensial geometriya.** Differensial geometriya — bu fazoning geometrik xususiyatlarini o'rganish uchun differensial va integral hisobni qo'llaydigan matematika sohasi. U egri chiziqlar va yuzalarning mahalliy hamda global xossalarni o'rganadi: egrilik, geodeziklar, parallel ko'chirish va boshqa tushunchalar ana shu soha predmetini tashkil etadi. Fan sifatida differensial geometriyaning tarixini bir necha asrga bo'lish mumkin: antik geometriyadan XVII asrdagi analitik geometriya va differensial hisobga o'tish, XVIII–XIX asrlarda yuzalar nazariyasining rivoji, XIX asrning ikkinchi yarmida Riman geometriyasining kashf etilishi va XX asrda nazariyaning fizika bilan to'liq



uyg'unlashuvi. Ushbu maqolada shu bosqichlar xronologik tartibda o'rganiladi.

**Antik davr: Evklid va yunon geometriyasi.** Differensial geometriyaning ildizlari antik Yunonistonga — xususan, Evklid (mil. av. taxm. 325–265) ning mashhur "Boshlanmalar" (Στοιχεῖα) asariga borib taqaladi. Bu 13 kitobdan iborat ulkan to'plam 2000 yildan ortiq matematika ta'limining asosi bo'lib xizmat qildi [3]. Evklid tekis fazodagi geometriyani aksiomatik tizimda bayon etdi: nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik tushunchalari va ularning xossalari.

Ammo "Boshlanmalar" ning eng muhim qismi — beshinchi parallel aksioma — keyinchalik geometriya tarixini tubdan o'zgartirdi. Bu aksiomani isbotlashga urinishlar asrlar davomida davom etdi va natijada XIX asrda Lobachevskiy va Bolyai Noeuklides geometriyani kashf etdi.

**Arximed va egri chiziqlar.** Arximed(mil. av. 287–212) egri chiziqlarni hisoblashda muhim natijalarga erishdi. U spiral egri chiziqni o'rgandi (hozir Arximed spirali deyiladi), shar yuzasi va hajmini hisobladi, konusning bo'g'imlarini tahlil qildi. Uning "egexhaustion usuli" — ko'pburchaklar yordamida egri shakllarni taxminiy hisoblash — zamonaviy integralning dastlabki ko'rinishi edi.

Shuningdek, Apolloniy (mil. av. taxm. 262–190) ning konika kesimlar haqidagi asari ellips, parabola va giperbola xossalarini batafsil o'rganib, keyinchalik Dekart koordinata tizimida analitik geometriyaning rivojlanishiga zamin hozirladi.

**Dekart va Ferma: Koordinata tizimi.** 1637-yilda Rene Dekart (1596–1650) "La Géométrie" asarini nashr etdi — bu asar geometriya va algebrani birlashtirib, zamonaviy analitik geometriyaga asos soldi [5]. Dekart koordinata tizimi geometrik shakllarni algebraik tenglamalar orqali ifodalash imkonini berdi: masalan, aylana  $x^2 + y^2 = r^2$  ko'rinishida yozildi. Bir xil davrda Pyer de Ferma (1607–1665) ham mustaqil ravishda koordinata geometriyasini rivojlantirdi. U egri chiziqlarning ekstremum nuqtalarini topishning algebraik usulini ishlab chiqdi — bu differensial hisobning dastlabki g'oyalaridan biri edi.





**Nyuton va Leybnits: Differensial hisob.** Differensial geometriyaning haqiqiy qurolini — differensial va integral hisobni — XVII asrning ikkinchi yarmida Isak Nyuton (1643–1727) va Gotfrid Leybnits (1646–1716) mustaqil ravishda kashf etdi. Ular o'rtasida ustuvorlik bahsi avj oldi, ammo hozirgi matematikada ikkalasining hissasi teng tan olinadi [6]. Nyuton o'zining "fluxion" nazariyasida harakatni asosiy tushuncha sifatida oldi: u chiziqning egriligini — curvature — quyidagicha ifodaladi:

$$\kappa = |y''| / (1 + y'^2)^{3/2}$$

Bu formula chiziqning har bir nuqtasidagi "qayishqoqlik"ni o'lchaydi va differensial geometriyaning dastlabki rasmiy natijalari qatoriga kiradi.

**Eylerning asosiy egrilik nazariyasi.** Leonard Eyer (1707–1783) differensial geometriyaga ulkan hissa qo'shdi. Uning 1760-yildagi "Recherches sur la courbure des surfaces" asarida yuzaning har bir nuqtasida asosiy egrilik yo'nalishlari (principal curvatures)  $k_1$  va  $k_2$  tushunchalari kiritildi.

Eyer isbotladiki, yuzaning har qanday nuqtasida ikkita o'zaro perpendikular yo'nalish mavjud bo'lib, ularda normal kesimning egriligi maksimal va minimal bo'ladi. Bu yo'nalishlar asosiy yo'nalishlar, mos egriliklar esa asosiy egriliklar deyiladi.

Eyer soni — bu topologiyaning asosiy invariantlaridan biri bo'lib, u ham Eyer tomonidan ko'pburchaklar uchun o'rganilgan:  $\chi = V - E + F$ . Bu formula keyinchalik Gauss–Bonne teoremasi orqali differensial geometriya bilan bog'landi.

**Xulosa.** Differensial geometriya — bu ming yillar davomida shakllangan fan bo'lib, u antik Yunoniston geometriyasidan boshlanib, XVII asr differensial hisobi, XVIII asr yuzalar nazariyasi, XIX asr Riman geometriyasi va XX asr tensor hamda global geometriyasi orqali hozirgi ko'rinishiga ega bo'ldi.

Tarixiy nuqtai nazardan eng muhim burilish nuqtalari quyidagilar: Gaussning Egregium teoremasi (1827) — ichki va tashqi geometriyani ajratish; Rimanning manifold va metrik tensor tushunchasi (1854) — geometriyani cheksiz o'lchamga umumlashtirish; Eynshteynning umumiy nisbiylik nazariyasi (1915) — geometriya va fizikaning to'la





birlashuvi; va Kartanning differensial shakllar usuli (1920–1950) — zamonaviy matematik apparatning shakllanishi.

Bugungi kunda differensial geometriya zamonaviy fizika (kvant maydon nazariyasi, ip nazariyasi), robototexnika (harakat rejalashtirish), kompyuter grafika (sirtlar modellash), tibbiyot (MRT tasvir tahlili) va ma'lumotlar fanida (manifold learning) keng qo'llanilmoqda. Bu fanning tarixi — bu insoniyatning makon va shaklni tushunishdagi ulkan intellektual sayohatdir.

#### **FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR**

- 1.Narmanov, A. N. (2008).** Differensial geometriya asoslari. – Toshkent: O‘qituvchi nashriyoti.
- 2. Abdullayev X., Qodirov M. Differensial geometriya asoslari.** – Toshkent: Fan va texnologiya, 2016.
- 3.To‘rayev, R. (2015).** Geometriya (II qism). – Toshkent: Fan va texnologiya.
- 4.Dubrovin B., Fomenko A., Novikov S. Modern Geometry – Methods and Applications.** – Moscow: Nauka, 2001
- 5.Rasulov, A. (2010).** Differensial geometriya masalalari to‘plami. – Toshkent: Tafakkur nashriyoti.
- 6.Azlarov T.A, Mansurov X.** Matematik analiz. 1,2 qismlar, T., O‘zbekiston, 1994, 1995.
- 7.Begmatov A., Musina N.G.** Tensor hisob elementlari. T., Universitet, 1993.
- 8.Sharipov R.** Differensial geometriya va tenzor tahlili asoslari. – Toshkent: Universitet nashriyoti, 2016
- 9.Rashidov A., Jo‘rayev T. Geometriya va topologiya elementlari.** – Toshkent: O‘qituvchi, 2018.
- 10.O‘rinboyev O. Differensial geometriya kursi.** – Toshkent: Universitet nashriyoti, 2019.

