

Optical Properties of Axially Symmetric Black Holes

Adkhamov Nasrullo Ikromjon o'g'li

National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek

adkhamovnasrullo735@gmail.com

Abstract. This article presents a comprehensive analysis of the optical properties of axially symmetric black holes, including photon motion, photon spheres, gravitational lensing, and the formation of black hole shadows. Within the framework of General Relativity, the Kerr solution is considered alongside alternative approaches such as the Kerr–Sen metric, γ -metric, rotating regular black holes, Finsler extensions, Rastall gravity theory, Einstein–Maxwell–Dilaton–Axion (EMDA) gravity, and Quantum Einstein Gravity (QEG). Particular attention is devoted to observable quantities, including the average shadow radius R_s , distortion parameter δ_s , photon deflection angle $\hat{\alpha}$, as well as relativistic images and time delays in the strong-field regime. Constraints on axially symmetric spacetime parameters are obtained through comparison with observational results from the Event Horizon Telescope (EHT) for M87* and Sgr A*. The results demonstrate that the spin parameter and additional spacetime quantities significantly influence the shape and size of the black hole shadow, making them powerful tools for testing gravitational theories in strong gravity regimes.

Keywords: black holes, axial symmetry, Kerr metric, photon sphere, black hole shadow, gravitational lensing, EHT, alternative gravity theories.

Aksial-simmetrik qora o'ralarning optik xususiyatlari

Adxamov Nasrullo Ikromjon o'g'li

Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston milliy universiteti

adkhamovnasrullo735@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada aksial-simmetrik qora o'ralarning optik xossalari – foton harakati, foton sferasi, gravitatsion linzalanish va qora o'ra soyasining shakllanishi – keng qamrovli tahlil qilinadi. Umumiy nisbiylik nazariyasi doirasidagi Kerr yechimi,



shuningdek, Kerr-Sen, γ -metrika, aylanuvchi regular qora o'ralar, Finsler kengaytmasi, Rastall tortishish nazariyasi, Einstein-Maxwell-Dilaton-Axion (EMDA) va Quantum Einstein Gravity (QEG) kabi alternativ yondashuvlar ko'rib chiqiladi. Asosiy e'tibor kuzatiluvchan kattaliklar – soyasining o'rtacha radiusi R_s , distorsiya parametri δ_s , fotonlarning og'ish burchagi α hamda kuchli maydon rejimidagi relyativistik tasvirlar va vaqt kechikishlariga qaratiladi. Event Horizon Telescope (EHT) tomonidan M87* va Sgr A* uchun olingan kuzatuv natijalari bilan solishtirish asosida aksial-simmetrik fazo-vaqt parametrlariga cheklovlar qo'yiladi. Natijalar shuni ko'rsatadiki, aylanish parametri va qo'shimcha fazo-vaqt kattaliklari soyasining shakli va o'lchamiga sezilarli darajada ta'sir qiladi, bu esa kuchli tortishish rejimlarida gravitatsion nazariyalarni sinash uchun mustahkam vosita bo'lib xizmat qiladi.

Kalit so'zlar: qora o'ralar, aksial simmetriya, Kerr metrikasi, foton sferasi, qora o'ra soyasi, gravitatsion linzalanish, EHT, alternativ tortishish.

Kirish. Zamonaviy astrofizikaning eng muhim yutuqlaridan biri – 2019 yilda Event Horizon Telescope (EHT) hamkorligi tomonidan M87* qora o'rasining soyasini to'g'ridan-to'g'ri kuzatilishi bo'ldi. So'ngra 2022 yilda Somon yo'li markazidagi Sgr A* ning tasviri e'lon qilindi. Ushbu kuzatuvlar qora o'ralarning bevosita tasvirini olish imkonini berib, kuchli tortishish maydonida fazo-vaqt geometriyasini bevosita sinashga yo'l ochdi. Aksial-simmetrik qora o'ralar – bu aylanish o'qiga nisbatan simmetrik fazo-vaqtga ega bo'lgan kompakt obyektlardir. Ularning eng fundamental vakili Kerr qora o'rasi hisoblanib, u faqat massa M va burchak momenti a parametrlari bilan tavsiflanadi. Kerr yechimida fotonlarning harakati, gravitatsion linzalanish va soyasining shakli jiddiy ravishda aylanish parametriga bog'liq. EHT kuzatuvlari natijasida M87* uchun soyasining burchak diametri $\theta_d \approx 42 \pm 3 \mu\text{as}$, massasi $\sim 6.5 \times 10^9 M_\odot$, Sgr A* uchun esa $\theta_d \approx 48.7 \pm 7 \mu\text{as}$, massasi $\sim 4.1 \times 10^6 M_\odot$ ekanligi aniqlandi. VLTI ma'lumotlariga ko'ra Sgr A* uchun distorsiya parametri $\delta \approx [0.08]_{-(-0.09)}^{(+0.09)}$ deb baholandi.



Kuzatuv ma'lumotlari umumiy nisbiylik nazariyasidan tashqaridagi modellarni ham sinash imkonini beradi. Xususan, Rastall tortishish nazariyasi doirasidagi CRNK qora o'rasi, Kerr-Sen dilaton-aksion modeli, γ -metrika, Finsler geometriyasiga asoslangan kengaytmalar va aylanuvchi regular qora o'ralar kabi alternativ fazo-vaqtlar qora o'ra soyasining shakli va kattaligiga yangi parametrlar orqali ta'sir ko'rsatadi. So'nggi yillarda olib borilgan tadqiqotlar shuni ko'rsatmoqdaki, aksial-simmetrik qora o'ralarning optik xossalari nafaqat klassik umumiy nisbiylik nazariyasi doirasida, balki alternativ tortishish nazariyalari kontekstida ham katta ahamiyatga ega.

Aksial-simmetrik qora o'ralar klassifikatsiyasi

Aksial-simmetrik statsionar qora o'ralar osmon jismining aylanish o'qi atrofidagi simmetriyani ifodalaydi. Ularning eng muhim sinflari quyidagilardan iborat:

Kerr qora o'rasi (M,a): Umumiy nisbiylik nazariyasidagi yagona aylanuvchi vakuum yechimi. Fazo-vaqt faqat massa M va solishtirma burchak momenti a bilan aniqlanadi.

Kerr-Newman qora o'rasi (M,a,Q): Elektr zaryadi Q qo'shilgan aylanuvchi yechim.

Kerr-Sen qora o'rasi (M,a,r₂): EMDA (Einstein-Maxwell-Dilaton-Axion) tortishish nazariyasining aniq, statsionar va aksial-simmetrik yechimi. Dilaton zaryadi r₂ va aksion maydoni bilan tavsiflanadi.

γ -metrika: Statik, aksial-simmetrik, gorizontga ega bo'lmagan singulyar yechim. γ parametri sferik simmetriyadan chetlanishni o'lchaydi va qora o'ra mimikasi sifatida xizmat qilishi mumkin.

Finsler kengaytmasi: Shvartschild qora o'rasining Finsler parametri ε bilan aksial-simmetrik kengaytmasi bo'lib, soya shakli o'zgarmaydi, lekin siljish kuzatiladi.

Aylanuvchi regular qora o'ralar: Markaziy singulyarlikdan xoli, gorizontga ega bo'lgan yechimlar. Ular Kerr yechimining nazariy kamchiliklarini bartaraf etadi.

Ushbu sinflarning har biri o'ziga xos optik xossalarga ega bo'lib, ularni EHT kuzatuvlari asosida sinash imkonini beradi.

Kerr metrikasi va uning asosiy xossalari



Kerr fazo-vaqti

Boy–Lindkvist koordinatalarida Kerr qora o’rasi quyidagi interval bilan ifodalanadi:

$$ds^2 = -(1 - 2Mr/\Sigma) dt^2 - (4Ma \sin^2 \theta / \Sigma) dt d\phi + \Sigma/\Delta dr^2 + \Sigma d\theta^2 + (r^2 + a^2 + (2Ma^2 \sin^2 \theta) / \Sigma) \sin^2 \theta d\phi^2,$$

bu yerda

$$\Sigma = r^2 + a^2 \cos^2 \theta, \quad \Delta = r^2 - 2Mr + a^2.$$

M – qora o’raning massasi, $a = J/M$ – solishtirma burchak momenti ($0 \leq a \leq M$). Gorizontlar $\Delta = 0$ shartidan topiladi:

$$r_{\pm} = M \pm \sqrt{M^2 - a^2}.$$

Tashqi gorizont r_+ – hodisalar gorizonti, ichki gorizont r_- – Cauchy gorizonti. Ekstremal holatda ($a = M$) gorizontlar qo’shib, $r_+ = r_- = M$ bo’ladi.

Ergosfera – bu statsionar kuzatuvchi mavjud bo’la olmaydigan soha. Uning tashqi chegarasi:

$$r_{\text{ergo}} = M + \sqrt{M^2 - a^2 \cos^2 \theta}.$$

Ergosfera ichida Penrose jarayoni orqali qora o’radan energiya ajratib olish mumkin.

Karter konstantasi va harakat integrallari

Kerr fazo-vaqtida Killing tenzori mavjudligi tufayli to’rtinchi harakat integrali – Karter konstantasi K saqlanadi. Bu fotonlarning ekvatorial tekislikdan tashqaridagi harakatini to’liq integrallash imkonini beradi.

Fotonlarning harakati

Geodezik tenglamalar

Aksial-simmetrik fazo-vaqtda vaqtga o’xshash va burchak Killing vektorlari mavjudligi tufayli fotonlar uchun ikkita harakat integrali saqlanadi: energiya $E = -p_t$ va orbital burchak momenti $L_z = p_\phi$. Radial harakat tenglamasi (λ – affin parametr):

$$\Sigma dr/d\lambda = \pm \sqrt{R(r)},$$

Kerr holatida radial potensial:

$$R(r) = [(r^2 + a^2)E - aL_z]^2 - \Delta[(L_z - aE)^2 + K],$$



bunda K – Karter konstantasi. Burchak harakat:

$$\Sigma d\theta/d\lambda = \pm \sqrt{\Theta(\theta)},$$

bu yerda

$$\Theta(\theta) = K - ((L_z^2)/(\sin^2 \theta) - a^2 E^2) \cos^2 \theta.$$

Foton sferasi va foton mintaqasi

Foton sferasi $R(r)=0$ va $dR/dr=0$ shartlaridan topiladi. Ekvator tekisligida ($\theta=\pi/2, K=0$):

$$r^2 - 3Mr + (a^2(r+M))/r = 0.$$

Ekvatorial prograd (-) va retrograd (+) foton orbitallari radiuslari:

$$r_p^\mp = 2M[1 + \cos(2/3 \arccos(\mp a/M))].$$

Kerr qora o'radi uchun foton mintaqasi (photon region) r_p^- va r_p^+ radiuslari orasida joylashgan: $M \leq r_p^- \leq 3M$, $3M \leq r_p^+ \leq 4M$. Aylanish parametri a ortishi bilan foton sferasi deformatsiyalanadi va bu qora o'ra soyasining shakliga bevosita ta'sir qiladi.

Foton mintaqasining mavjudligi soya va foton halqalarining shakllanishida hal qiluvchi rol o'ynaydi.

Qora o'ra soyasi

Soyaning nazariy asoslari

Qora o'ra soyasi – bu fon yorug'lik manbai yoritganida kuzatuvchiga yetib kelmaydigan fotonlar natijasida hosil bo'ladigan qorong'i sohadir. Uning chegarasi osmon koordinatalarida (α, β) quyidagicha parametrlanadi (θ_0 – kuzatish burchagi):

$$\alpha = -\xi / (\sin \theta_0), \quad \beta = \pm \sqrt{(\eta + a^2 \cos^2 \theta_0 - \xi^2 \cot^2 \theta_0)},$$

bu yerda $\xi = L_z/E$, $\eta = K/E^2$ – foton sferasiga mos keluvchi ta'sir parametrlari.

Soyaning kuzatiluvchan parametrlari sifatida o'rtacha radius R_s va distorsiya parametri δ_s quyidagicha aniqlanadi:

$$R_s = ((\alpha_t - \alpha_r)^2 + \beta_t^2) / (2|\alpha_t - \alpha_r|), \quad \delta_s = (\tilde{\alpha}_1 - \alpha_1) / R_s,$$

bunda (α_t, β_t) , (α_r, β_r) – soyasining eng yuqori va eng quyi nuqtalari, $\tilde{\alpha}_1$ – aylana mos yozuv nuqtasining siljigan holati.

Kerr qora o'radi soyasi



Kerr qora o'radi uchun soyasining shakli a va θ_0 ga bog'liq. Ekstremal holatda ($a=M$) va ekvatorial kuzatishda ($\theta_0=90^\circ$) soyasi D-simon shaklga yaqinlashadi. Distorsiya parametri δ_s aylanish parametri ortishi bilan monoton o'sadi. $a \ll M$ da soya amalda aylana shaklida bo'ladi.

Soyaning o'rtacha radiusi Kerr holatida quyidagi masshtabga ega:

$$R_s \simeq \sqrt{27} M \quad (a=0), \quad R_s \in [\sqrt{27} M, 4M] \quad (a>0).$$

Alternativ modellarda soya

Narzilloev va hammualliflari CRNK qora o'radi soyasining xossalarini batafsil o'rgangan. Asosiy natijalar: (i) spin parametri a soyasining o'lchamiga nisbatan kam ta'sir ko'rsatadi; (ii) NUT zaryadi n , kvintessensiya intensivligi c va ω_q soyasining radiusi va distorsiyasini sezilarli o'zgartiradi; (iii) CRNK soyasi radiusi Kerrnikidan kattaroq; R_s ortishi bilan δ_s kamayadi.

Vertogradov va hammualliflari tomonidan aksial-simmetrik fazo-vaqtda minimal geometrik deformatsiyalarning soyaga ta'siri o'rganilgan. Gravitatsion ajratish (gravitational decoupling) usuli yordamida deformatsiyalangan Kerr metrikasi uchun soya parametrlari hisoblangan va urug' (seed) fazo-vaqt bilan solishtirilgan.

Sahoo va hammualliflari Kerr-Sen qora o'radi (EMDA) soyasining EHT kuzatuvlari bilan solishtirilishini amalga oshirgan. M87* tasviri markaziy massa va masofa qiymatlarida Kerr stsenariysiga moyillik ko'rsatgan; xatoliklar hisobga olinganda dilaton parametri r_2 uchun $0 \lesssim r_2 \lesssim 1$ chegarasi olingan. Sgr A* uchun esa r_2 ning afzal diapazoni $0.1 \lesssim r_2 \lesssim 0.4$ ekanligi aniqlangan.

Gravitatsion linzalanish Zaif maydon rejimi

Gravitatsion linzalanish – bu fotonlarning tortishish maydonida egilishi hodisasidir. Zaif maydon chegarasida ($M/b \ll 1$) og'ish burchagi α uchun post-nyuton ifodasi:

$$\alpha \approx 4M/b + 15\pi/4 M^2/b^2 + \dots,$$

b – mo'ljal parametri. Gyulchev va Yazadjiev Kerr-Sen dilaton-aksion qora o'radi uchun zaif og'ishda analitik linzalanish kattaliklarini M/b , a/b va r_2/b bo'yicha



uchinchi tartibgacha hisoblab, zaryadning kritik egri chiziqlar va kaustikalar shakliga ta'sirini ko'rsatdilar: zaryad ortishi bilan kritik egri chiziqlar kichrayadi, nuqtasimon kaustikalar esa optik o'qdan uzoqlashadi.

Gauss-Bonne teoremasi (GBT) yordamida ham zaif maydon og'ish burchagini hisoblash mumkin. Xie va hammualliflari aylanuvchi regular qora o'ralar uchun GBT usulida ekvatorial tekislikdagi og'ish burchagini hisoblab, og'ish effekti e parametri ortishi bilan monoton kuchayishini ko'rsatgan.

Kuchli maydon rejimi

Kuchli maydon rejimida (b kritik qiymatga yaqinlashganda) fotonlar qora o'ra atrofida bir necha marta aylanib, relyativistik tasvirlarning cheksiz ketma-ketligini hosil qiladi. Og'ish burchagi logarifmik divergensiya ega :

$$\alpha(b) = -a^{-1} \log(b/b_c - 1) + b^{-1} + O((b-b_c) \log(b-b_c)),$$

bu yerda b_c – foton sferasiga mos keluvchi kritik mo'ljal parametri, a^{-1} va b^{-1} – kuchli maydon koeffitsiyentlari.

Kerr qora o'rasi uchun kuchli maydon rejimidagi kuzatiluvchan kattaliklar: relyativistik tasvirlarning joylashuvi θ_∞ , tasvirlar orasidagi ajralish s , nisbiy kattalashtirish r_m va vaqt kechikishlari ΔT . Quantum Einstein Gravity (QEG) doirasidagi Kerr qora o'rasi uchun kvant effektlari foton sferasi radiusini kamaytirishi, kuchli og'ish burchagini oshirishi va vaqt kechikishlariga ta'sir qilishi ko'rsatilgan. M87* da vaqt kechikishlari, Sgr A* da esa boshqa kuzatiluvchanlar ko'proq namoyon bo'ladi. Plazma muhiti qo'shimcha og'ishga olib kelib, kattalashtirish va vaqt kechikishlarini oshiradi, tasvirlar orasidagi ajralishni kamaytiradi.

Alternativ tortishish nazariyalarida aksial-simmetrik qora o'ralar

Rastall tortishish nazariyasi

Rastall tortishish nazariyasida energiya-impuls tenzorining kovariant divergensiya nolga teng emas: $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = \lambda \nabla^\nu R$, bu yerda λ – Rastall parametri. Narzilloev va hammualliflari CRNK qora o'rasi uchun foton og'ish burchagi va soyasining



parametrlarini hisoblagan. NUT zaryadi n va kvintessensiya parametrlari optik xossalarga sezilarli ta'sir ko'rsatadi. Shuningdek, Kerr qora o'rasining iplar buluti bilan o'ralgan varianti Rastall gravitatsiyasida o'rganilgan. M87* kuzatuvlari asosida a_0 va β parametrlariga cheklovlar qo'yilgan: $\Delta C \lesssim 0.1$ doiraviylik chetlanishi $\theta_d = 42 \pm 3 \mu''$ as" bilan birga yuqori chegaralarni beradi.

Einstein-Maxwell-Dilaton-Axion (EMDA) tortishish nazariyasi

Kerr-Sen metrikasi – EMDA tortishish nazariyasining aniq, statsionar va aksial-simmetrik qora o'ra yechimi. U massa M , spin a va dilaton zaryadi $r_2 = Q^2/M$ bilan tavsiflanadi. EMDA tortishish nazariyasi heterotik string nazariyasining past energiyali limiti sifatida namoyon bo'ladi va aksion hamda dilaton maydonlarini o'z ichiga oladi. Sahoo va hammualliflari Sgr A* va M87* soyalari yordamida EMDA parametrlarini cheklagan: M87* Kerr stsenariysiga moyillik bildirgan ($r_2 \lesssim 1$), Sgr A* esa kichik dilaton zaryadini afzal ko'rgan ($0.1 \lesssim r_2 \lesssim 0.5$). Bu qarama-qarshilik kelajakdagi aniqroq kuzatuvlar bilan hal qilinishi mumkin.

Quantum Einstein Gravity (QEG)

Kvant Eynshteyn tortishish nazariyasi doirasidagi aylanuvchi qora o'ralar qo'shimcha α parametri bilan tavsiflanadi. Kvant effektlari foton sferasi radiusini kamaytiradi, kuchli og'ish burchagini oshiradi. M87* va Sgr A* ni QEG Kerr qora o'ra sifatida modellashtirish orqali kvant parametrga cheklovlar qo'yish mumkin.

Finsler kengaytmasi

Finsler geometriyasiga asoslangan Shvartschild qora o'rasining aksial-simmetrik kengaytmasi soya shakli va o'lchami Shvartschild holatidagi kabi qolishini, ammo soyaning osmon tekisligidagi joylashuvi Finsler parametri ϵ ortishi bilan gorizont o'q bo'ylab siljishini ko'rsatgan. Foton harakati esa Shvartschild holatiga nisbatan kuchliroq og'ishga ega.

Aylanuvchi regular qora o'ralar. Barqaror aylanuvchi regular (SRR) qora o'ralar Kerr yechimining nazariy kamchiliklarini (singularlik, yopiq vaqtga o'xshash egri chiziqlar)



bartaraf etadi . Xie va hammualliflari tomonidan SRR qora o'ralarining kuchli va zaif maydon rejimlarida linzalanishi o'rganilgan. Kuchli maydon rejimida og'ish burchagi yuqori spinlarda keskin o'zgaradi; zaif maydonda og'ish e parametri ortishi bilan monoton kuchayadi. M87* va Sgr A* uchun kuzatiluvchan kattaliklar hisoblanib, Kerr holatidan chetlanish baholangan.

EHT kuzatuvlari bilan solishtirish va parametr cheklovlari

EHT kuzatuv ma'lumotlari

EHT ma'lumotlariga ko'ra :

M87*: $\theta_d \approx 42 \pm 3 \mu\text{as}$, $M \sim 6.5 \times 10^9 M_\odot$, $D \sim 16.8 \text{ Mpc}$.

Sgr A*: $\theta_d \approx 48.7 \pm 7 \mu\text{as}$, $M \sim 4.1 \times 10^6 M_\odot$, $D \sim 8 \text{ kpc}$.

Alternativ modellarga cheklovlar

EHT kuzatuvlari umumiy nisbiylikdan katta chetlanishlarga yo'l qo'ymaydi, ammo alternativ parametrlarga muhim chegaralar qo'yadi:

Rastall tortishish nazariyasi: $|n| \lesssim 0.5M$, $c \lesssim 0.01$.

γ -metrika: $\gamma \geq 1/2$ holatlarda soya kuzatilmaydi, $\gamma < 1/2$ da M87* kuzatuvlariga mos keladi . Kichik deformatsiya parametriga ega ekzotik manbalar Shvarschild qora o'rasidan farq qilmasligi mumkin .

EMDA (Kerr-Sen): M87* uchun $0 \leq r_2 \leq 1$, Sgr A* uchun $0.1 \leq r_2 \leq 0.4$.

Aylanuvchi regular qora o'ralar: kichik e parametri Kerr holatiga yaqin natijalar beradi

EMS (Einstein-Maxwell-Scalar) nazariyasi: aylanish va zaryad parametrlariga yuqori va quyi chegaralar olingan

Kvant Eynshteyn tortishish nazariyasi (QEG): α parametri kuzatuvlar bilan cheklanishi mumkin

Mimetik tortishish nazariyasi kabi ba'zi alternativ modellar EHT kuzatuvlari tomonidan butunlay rad etilgan

Foton halqalari va kelajakdagi kuzatuv istiqbollari

Foton halqalari



Kuchli maydon rejimida fotonlar qora o'ra atrofida n marta aylanib, foton halqalarining cheksiz ketma-ketligini hosil qiladi. n -chi foton halqasi soya chegarasiga eksponensial yaqinlashadi. Salehi va hammualliflari umumiy aksial-simmetrik integrallanuvchi fazo-vaqtlar uchun soya o'lchami va yuqori tartibli foton halqalarining universal interferometrik imzosini ko'rsatgan.

GRMHD simulyatsiyalari M87* uchun birinchi foton halqasining barcha astrofizik modellar bo'yicha kuzatilishi mumkinligini, ikkinchi halqa esa emissiya juda optik qalin bo'lmagan taqdirda kuzatilishi mumkinligini ko'rsatgan.

Xulosa. Ushbu maqolada aksial-simmetrik qora o'ralarning optik xususiyatlari – fotonlarning geodezik harakati, foton sferasi, qora o'ra soyasining shakli va kattaligi, gravitatsion linzalanishning zaif va kuchli maydon rejimlari – zamonaviy nazariy va kuzatuv ma'lumotlari asosida keng qamrovli tahlil qilindi. Kerr qora o'rasi va Rastall tortishish nazariyasi, EMDA tortishish nazariyasi, Quantum Einstein Gravity (QEG), Finsler geometriyasi hamda aylanuvchi regular qora o'ralar kabi bir qator alternativ modellar solishtirildi.

Asosiy xulosalar quyidagilardan iborat:

Aylanish parametri a soyasining distorsiyasiga sezilarli ta'sir ko'rsatadi, qo'shimcha fazo-vaqt parametrlari esa soyasining o'lchamiga ta'sir qiladi.

EHT tomonidan M87* va Sgr A* uchun olingan kuzatuv natijalari umumiy nisbiylik nazariyasini qo'llab-quvvatlasa-da, ba'zi alternativ modellar (masalan, kichik dilaton zaryadiga ega Kerr-Sen yechimi) kuzatuvlar bilan mos keladi.

Turli alternativ tortishish modellari uchun muhim parametr cheklovlari olingan: Rastall ($|n| \lesssim 0.5M$), EMDA ($0 \lesssim r_2 \lesssim 1$ M87* uchun), γ -metrika ($\gamma < 1/2$).

Qora o'ralarning optik xossalari kuchli tortishish rejimlarida gravitatsion nazariyalarni sinash uchun eng ishonchli vositalardan biri bo'lib qolmoqda. Yangi avlod interferometrik kuzatuvlar nazariy va eksperimental astrofizika o'rtasidagi chegarani yanada toraytirishga imkon beradi.



Foydalanilgan adabiyotlar

- [1] EHT Collaboration, *Astrophys. J. Lett.* 875, L1 (2019).
- [2] EHT Collaboration, *Astrophys. J. Lett.* 930, L12 (2022).
- [3] V. P. Frolov, I. D. Novikov, *Black Hole Physics*, Springer (1998).
- [4] B. Narzilloev et al., *Eur. Phys. J. Plus* 137, 645 (2022).
- [5] G. N. Gyulchev, S. S. Yazadjiev, *Phys. Rev. D* 81, 023005 (2010).
- [6] A. B. Abdikamalov et al., *Phys. Rev. D* 100, 024014 (2019).
- [7] F. Ahmed et al., *Eur. Phys. J. C* 85, 795 (2025).
- [8] P. Rastall, *Phys. Rev. D* 6, 3357 (1972).
- [9] K. Hioki, K. Maeda, *Phys. Rev. D* 80, 024042 (2009).
- [10] X. Li et al., *Phys. Rev. D* 109, 064049 (2024).
- [11] V. Vertogradov, A. Övgün, R. C. Pantig, arXiv:2405.05077 (2024).
- [12] K. Salehi, A. E. Broderick, B. Georgiev, *Astrophys. J.* 960, 143 (2024).
- [13] C.-H. Xie et al., *JCAP* 05, 121 (2024).
- [14] S. K. Sahoo, N. Yadav, I. Banerjee, *Phys. Rev. D* 109, 044008 (2024).
- [15] X. Xu et al., arXiv:2409.03975 (2024).
- [16] M. Shahzadi et al., *Phys. Dark Universe* 46, 101599 (2024).
- [17] R. Shaikh et al., *Eur. Phys. J. C* 82, 696 (2022).
- [18] S. Vagnozzi et al., arXiv:2408.03241 (2024).
- [19] A. Övgün et al., *Eur. Phys. J. C* 84, 1240 (2024).
- [20] H. Jia, E. Quataert, *Bull. AAS* 56(2), 339.07 (2024).
- [21] A. E. Broderick et al., *Proc. SPIE* (2024).
- [22] V. Bozza, *Phys. Rev. D* 66, 103001 (2002).
- [23] A. A. Araújo Filho et al., arXiv:2411.04674 (2024).

