



Stability Conditions for Symmetric and Antisymmetric Perturbations in Evaporating Droplets

Axmedov Baxodir Baxromovich

Ergashev Erkinjon Abdusattor ugli

Xusanov Farxod Xamroqul ugli

Fergana State University, Associate Professor, Department of Physics

Fergana State University, Senior Lecturer, Department of Physics

Fergana State University, Independent Researcher

e-mail: erkinjonebk@mail.ru

Abstract

The importance of accounting for collective perturbations in a pair of identical evaporating droplets is demonstrated using a minimal theoretical model. A linear system with droplet-exchange symmetry is decomposed into symmetric and antisymmetric modes. The resulting stability condition image shows that the decay of an individual mode does not guarantee the stability of the entire pair. The result applies to the reduced model and is not used as a substitute for critical parameters that have not yet been calculated for real droplets.

Keywords

adjacent droplets, collective mode, thermocapillary flow, evaporation, symmetry, linear stability.

**Bug'lanayotgan tomchilarda simmetrik va antisimmetrik
perturbatsiyalarning barqarorlik shartlari**

Axmedov Baxodir Baxromovich¹,

Ergashev Erkinjon Abdusattor o'g'li²,

Xusanov Farxod Xamroqul o'g'li³



"KELAJAK TEKNOLOGIYALARI VA SUN'IY INTELLEKT"
nomli respublika ilmiy-amaliy masofaviy konferensiyasi
VOLUME-1, ISSUE-7, 2026

Farg'ona davlat universiteti, fizika kafedrası dotsenti¹

Farg'ona davlat universiteti, fizika kafedrası katta o'qituvchisi²

Farg'ona davlat universiteti, mustaqil izlanuvchi³

Annotatsiya. Bug'lanayotgan teng tomchilar juftida kollektiv perturbatsiyalarni hisobga olishning ahamiyati minimal nazariy model orqali ko'rsatiladi. Tomchilarni almashtirish simmetriyasiga ega chiziqli tizim simmetrik va antisimmetrik modalar bo'yicha ajratiladi. Olingan $a + |b| < 0$ barqarorlik sharti yakka modaning so'nishi butun juftlik barqarorligini kafolatlamasligini ko'rsatadi. Natija reduksiyalangan modelga tegishli bo'lib, real tomchilar uchun hali hisoblanmagan kritik parametrlar o'rniga qo'yilmaydi.

Kalit so'zlar: qo'shni tomchilar, kollektiv moda, termokapillyar oqim, bug'lanish, simmetriya, chiziqli barqarorlik.

**Условия устойчивости симметричных и антисимметричных
возмущений в испаряющихся каплях**

Ахмедов Баходир Бахромович¹,

Эргашев Эркинжон Абдусаттор угли²,

Хусанов Фарход Хамрокул угли³

Ферганский государственный университет, доцент кафедры физики¹

Ферганский государственный университет, старший преподаватель кафедры

физики² Ферганский государственный университет, самостоятельный

соискатель³

Аннотация. Значимость учёта коллективных возмущений в паре одинаковых испаряющихся капель показана на основе минимальной теоретической модели. Линейная система, обладающая симметрией относительно перестановки капель, разлагается на симметричную и антисимметричную моды. Полученное условие устойчивости $a + |b| < 0$ показывает, что затухание отдельной моды не



"KELAJAK TEKNOLOGIYALARI VA SUN'IY INTELLEKT"
nomli respublika ilmiy-amaliy masofaviy konferensiyasi
VOLUME-1, ISSUE-7, 2026

гарантирует устойчивости всей пары. Результат относится к редуцированной модели и не используется вместо ещё не рассчитанных критических параметров для реальных капель.

Ключевые слова: соседние капли, коллективная мода, термокапиллярное течение, испарение, симметрия, линейная устойчивость.

Kirish

Cho'ziq tomchilar orasidagi masofa o'zgarganda markaziy va chekka tomchilarning tezlik, harorat hamda bug'lanish maydonlari turlicha o'zgarishini ko'rsatgan [1]. Ushbu manbadagi hisoblashlar kvazistatsionar bo'lib, fazalararo bog'lanishga asoslangan. Shuning uchun uning natijalari tomchilararo ta'sirni barqarorlik masalasiga kiritish uchun fizik asos beradi, lekin o'zida kollektiv perturbatsiyalarning to'liq spektrini taqdim etmaydi.

Mazkur tezisning maqsadi — ikkita teng tomchining sodda amplitudali modeli misolida qanday perturbatsiyalar hisobga olinishi lozimligini va simmetriya cheklovi qaysi beqarorlikni yashirishi mumkinligini analitik ravishda ko'rsatish. Nazariy tahlil qo'shimcha tajriba yoki yangi gidrodinamik simulyatsiyaga tayanmaydi.

Har bir tomchidagi bazaviy oqim atrofidagi bitta moda amplitudasi A_1 va A_2 bilan belgilanadi. Teng tomchilar, simmetrik tashqi sharoit va tomchilar almashishiga nisbatan simmetrik bazaviy holat qabul qilinadi. Gazning mustaqil dinamik o'zgaruvchilari ushbu minimal reduksiyaga alohida kiritilmagan. Shunday taxminlarda:

$$\dot{A}_1 = aA_1 + bA_2, \quad \dot{A}_2 = bA_1 + aA_2. \quad (1)$$

a bir modaning ichki o'sish yoki so'nish koeffitsiyenti; b esa juftlik orasidagi samarali bog'lanish koeffitsiyentidir. Ular vaqtning teskari o'lchamiga ega. Ko'rsatilgan koeffitsiyentlar Marangoni soni yoki tomchilararo masofaning tayyor empirik funksiyasi emas: bunday funksiyalarni olish uchun to'liq fizik modeldan alohida identifikatsiya zarur.



“KELAJAK TEKNOLOGIYALARI VA SUN’IY INTELLEKT”
nomli respublika ilmiy-amaliy masofaviy konferensiyasi
VOLUME-1, ISSUE-7, 2026

Quyidagi ortogonal amplitudalar kiritiladi:

$$A_+ = \frac{A_1 + A_2}{\sqrt{2}}, \quad A_- = \frac{A_1 - A_2}{\sqrt{2}}. \quad (2)$$

A_+ ikkala tomchida bir xil, A_- esa qarama-qarshi ishorali o‘zgarishni ifodalaydi.

Ularni (1) ga qo‘yish tizimni ikkita mustaqil tenglamaga ajratadi:

$$\dot{A}_+ = (a + b)A_+, \quad \dot{A}_- = (a - b)A_-. \quad (3)$$

Ikkala modaning so‘nishi uchun $a + b < 0$ va $a - b < 0$ bir vaqtda bajarilishi kerak. Bu shartlar quyidagi bitta tengsizlikka teng kuchli:

$$a + |b| < 0. \quad (4)$$

Yakka moda barqaror bo‘lgan $a < 0$ holatda ham $|b| > -a$ bo‘lsa kollektiv beqarorlik kelib chiqadi. $b > 0$ uchun xavfli moda simmetrik; $b < 0$ uchun xavfli moda antisimmetrikdir. Shuning uchun bazaviy yechimni simmetrik geometriyada topish mumkin bo‘lsa ham, uning barqarorligini tekshirishda antisimmetrik perturbatsiyalarni chiqarib tashlash mumkin emas.

Bu natija energiya usuli bilan ham tekshiriladi. $E = (A_1^2 + A_2^2)/2$ bo‘lsin. (1) tenglamadan:

$$\dot{E} = a(A_1^2 + A_2^2) + 2bA_1A_2 \leq 2(a + |b|)E. \quad (5)$$

(4) bajarilganda energiya eksponensial so‘nadi. Ushbu real simmetrik ikki o‘lchamli modelda xos qiymatlar haqiqiy, ortogonal modalar esa to‘liq bazis hosil qiladi. Demak, bu modelning o‘zida tebranishli Hopf chegarasi yoki no-normal vaqtinchalik kuchayish mavjud deb da’vo qilish mumkin emas. Bunday imkoniyatlar to‘liq suyuqlik–gaz modelida yoki qo‘shimcha dinamik o‘zgaruvchilarga ega reduksiyada alohida tekshiriladi.

Muhokama

Bug‘ bilan ekranlanish [2] qo‘shni tomchi sababli gazdagi konsentratsiya sharoiti o‘zgarishini anglatadi. Ammo bu hodisaning mavjudligi b koeffitsiyentining ishorasini



"KELAJAK TEKNOLOGIYALARI VA SUN'IY INTELLEKT"
nomli respublika ilmiy-amaliy masofaviy konferensiyasi
VOLUME-1, ISSUE-7, 2026

avtomatik belgilamaydi. Chunki perturbatsiya harorat, sirt kuchlanishi, suyuqlikdagi aylanish va gazdagi transportga bir vaqtning o'zida ta'sir qilishi mumkin. b ni oddiygina manfiy deb qabul qilish fizik jihatdan asoslanishi kerak.

Manbadagi uch tomchili markaziy–chekka konfiguratsiya ushbu ikki teng amplitudali misol bilan aynan bir xil emas [1]. Uch tomchili masalada markaziy va chekka tomchilar joylashuvi farq qiladi; matritsada diagonal hamda o'zaro bog'lanish koeffitsiyentlari teng bo'lishi shart emas. Shuningdek, uzun cho'ziq tomchi bo'ylab o'zgaruvchi uch o'lchamli perturbatsiyalar ikki amplitudali modelga kirmaydi.

Asosiy hisoblash masalasiga qaytilganda suyuqlik va gaz tenglamalari, fazalararo massa va issiqlik balanslari, sirt tarangligi sharti birgalikda chiziqlashtirilishi lozim. Model koeffitsiyentlari aniqlanmaguncha (4) dan aniq Ma_{cr} , Ra_{cr} yoki kritik masofa sonini chiqarib bo'lmaydi. Natija shunday sonlarning mavjudligini oldindan e'lon qilish uchun emas, hisoblashning modalar tarkibini to'g'ri tanlash uchun xizmat qiladi.

Xulosa

Teng tomchilar juftining minimal simmetrik modelida kollektiv barqarorlik $a + |b| < 0$ sharti bilan aniqlanishi ko'rsatildi. Yakka tomchidagi modaning so'nishi qo'shni tomchi bilan bog'langan tizim barqarorligini kafolatlamaydi. Simmetrik va antisimmetrik perturbatsiyalarni alohida tekshirish nazariy hamda sonli barqarorlik tahlilining zarur tarkibiy qismidir.

Adabiyotlar

1. Aboubakri A., Akkus Y., Sadaghiani A.K., Sefiane K., Koşar A. Computational and experimental investigations on the evaporation of single and multiple elongated droplets. Chemical Engineering Journal Advances. 2022. 10:100255.
2. Wray A.W., Duffy B.R., Wilson S.K. Competitive evaporation of multiple sessile droplets. Journal of Fluid Mechanics. 2020. 884:A45.